

Fișă — Puteri

Tabelul puterilor

n	2^n	3^n	4^n	5^n	6^n	7^n	8^n	9^n
2	4	9	16	25	36	49	64	81
3	8	27	64	125	216	343	512	729
4	16	81	256	625	1 296	2 401	4 096	6 561
5	32	243	1 024	3 125	7 776	16 807	32 768	59 049
6	64	729	4 096	15 625	46 656	117 649	262 144	531 441

n	2^n	3^n
7	128	2 187
8	256	6 561
9	512	19 683
10	1 024	59 049
11	2 048	—
12	4 096	—

Cazuri speciale

$a^0 = 1$ $a^1 = a$ $0^m = 0$ ($m \neq 0$) $1^n = 1$ Numărul submulțimilor unei mulțimi cu n elemente este 2^n

Reguli de calcul cu puteri

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $a^m : a^n = a^{m-n}$ $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$ $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m$

Sume Gauss și formule utile

$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ $a^0 + a^1 + a^2 + \dots + a^n = \frac{a^{n+1} - 1}{a - 1}$ $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ $\frac{k}{n(n+k)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+k}$

Ultima cifră a unei puteri $U(a)$ = ultima cifră a lui a

$U(a)$	Ciclul	Cum afli $U(a^n)$
0, 1, 5, 6	—	rămâne aceeași cifră, la orice putere
4	4, 6	exponent impar $\rightarrow$ 4, par $\rightarrow$ 6
9	9, 1	exponent impar $\rightarrow$ 9, par $\rightarrow$ 1
2	2, 4, 8, 6	împarți exponentul la 4 și citești restul rest 1, 2, 3 $\rightarrow$ acea poziție; rest 0 $\rightarrow$ ultima
3	3, 9, 7, 1	
7	7, 9, 3, 1	
8	8, 4, 2, 6	

Pătrate perfecte: un pătrat perfect se poate termina **doar** în 0, 1, 4, 5, 6 sau 9. Niciodată în 2, 3, 7 sau 8. Testul **exclude** rapid, dar nu confirmă — 26 se termină în 6 și totuși nu e pătrat perfect.

Pătrate perfecte

de la 1^2 la 100^2

$1^2 = 1$	$21^2 = 441$	$41^2 = 1\,681$	$61^2 = 3\,721$	$81^2 = 6\,561$
$2^2 = 4$	$22^2 = 484$	$42^2 = 1\,764$	$62^2 = 3\,844$	$82^2 = 6\,724$
$3^2 = 9$	$23^2 = 529$	$43^2 = 1\,849$	$63^2 = 3\,969$	$83^2 = 6\,889$
$4^2 = 16$	$24^2 = 576$	$44^2 = 1\,936$	$64^2 = 4\,096$	$84^2 = 7\,056$
$5^2 = 25$	$25^2 = 625$	$45^2 = 2\,025$	$65^2 = 4\,225$	$85^2 = 7\,225$
$6^2 = 36$	$26^2 = 676$	$46^2 = 2\,116$	$66^2 = 4\,356$	$86^2 = 7\,396$
$7^2 = 49$	$27^2 = 729$	$47^2 = 2\,209$	$67^2 = 4\,489$	$87^2 = 7\,569$
$8^2 = 64$	$28^2 = 784$	$48^2 = 2\,304$	$68^2 = 4\,624$	$88^2 = 7\,744$
$9^2 = 81$	$29^2 = 841$	$49^2 = 2\,401$	$69^2 = 4\,761$	$89^2 = 7\,921$
$10^2 = 100$	$30^2 = 900$	$50^2 = 2\,500$	$70^2 = 4\,900$	$90^2 = 8\,100$
$11^2 = 121$	$31^2 = 961$	$51^2 = 2\,601$	$71^2 = 5\,041$	$91^2 = 8\,281$
$12^2 = 144$	$32^2 = 1\,024$	$52^2 = 2\,704$	$72^2 = 5\,184$	$92^2 = 8\,464$
$13^2 = 169$	$33^2 = 1\,089$	$53^2 = 2\,809$	$73^2 = 5\,329$	$93^2 = 8\,649$
$14^2 = 196$	$34^2 = 1\,156$	$54^2 = 2\,916$	$74^2 = 5\,476$	$94^2 = 8\,836$
$15^2 = 225$	$35^2 = 1\,225$	$55^2 = 3\,025$	$75^2 = 5\,625$	$95^2 = 9\,025$
$16^2 = 256$	$36^2 = 1\,296$	$56^2 = 3\,136$	$76^2 = 5\,776$	$96^2 = 9\,216$
$17^2 = 289$	$37^2 = 1\,369$	$57^2 = 3\,249$	$77^2 = 5\,929$	$97^2 = 9\,409$
$18^2 = 324$	$38^2 = 1\,444$	$58^2 = 3\,364$	$78^2 = 6\,084$	$98^2 = 9\,604$
$19^2 = 361$	$39^2 = 1\,521$	$59^2 = 3\,481$	$79^2 = 6\,241$	$99^2 = 9\,801$
$20^2 = 400$	$40^2 = 1\,600$	$60^2 = 3\,600$	$80^2 = 6\,400$	$100^2 = 10\,000$

Numere prime până la 200 (46 de numere)

2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37
41	43	47	53	59	61	67	71	73	79	83	89
97	101	103	107	109	113	127	131	137	139	149	151
157	163	167	173	179	181	191	193	197	199		

2 este singurul număr prim par. Toate celelalte numere pare se divid cu 2, deci sunt compuse.

Cum verifici dacă un număr e prim: îl împarți pe rând la numerele prime, până când pătratul divizorului depășește numărul. Pentru 97 încerci 2, 3, 5, 7 — iar $11^2 = 121 > 97$, deci te oprești. Niciunul nu-l divide, deci 97 este prim.