

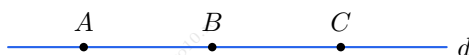
Noțiuni de geometrie

Punct · dreaptă · segment · unghiuri · Clasa a V-a

1. Punctul, dreapta, planul

Punctul, dreapta și planul sunt noțiuni care nu se definesc. Le recunoaștem și le notăm.

- punctele: cu litere mari — A, B, M
- dreptele: cu litere mici — a, b, d — sau prin două puncte, AB
- planele: cu litere grecești — α, β



$A \in d$ — punctul A **aparține** dreptei d .

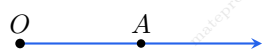
$M \notin d$ — punctul M **nu aparține** dreptei d .

Puncte **coliniare** = situate pe aceeași dreaptă. În desenul de mai sus, A, B, C sunt coliniare.

Reguli de bază

- Prin **două** puncte distincte trece o **singură** dreaptă.
- Prin **un** punct trec o infinitate de drepte.
- O dreaptă are o infinitate de puncte și nu are capete.

2. Semidreapta și segmentul



semidreapta $[OA]$



segmentul $[AB]$

Semidreapta are un capăt și se prelungește la nesfârșit în cealaltă parte.

Segmentul are două capete. Lungimea lui se notează AB (fără paranteze).

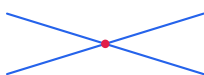
Mijlocul unui segment $[AB]$ este punctul M situat pe segment, la distanță egală de capete:

$$AM = MB = \frac{AB}{2}$$

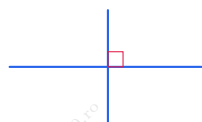
Segmente **congruente** = segmente de aceeași lungime: $[AB] \equiv [CD]$.

Atenție la notație. $[AB]$ este **segmentul** (o mulțime de puncte), iar AB este **lungimea** lui (un număr). Scrii $[AB] \equiv [CD]$, dar $AB = CD$.

3. Poziții relative a două drepte

paralele $a \parallel b$ 

concurente

perpendiculare $a \perp b$

Paralele — sunt în același plan și nu se intersectează niciodată.

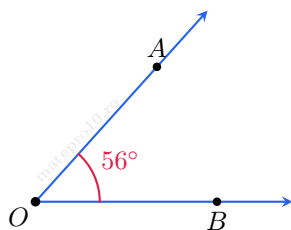
Concurente — se intersectează într-un punct.

Perpendiculare — se intersectează formând un unghi drept.

Distanța de la un punct la o dreaptă este lungimea segmentului perpendicular dus din punct pe dreaptă. Este **cel mai scurt** drum dintre punct și dreaptă.

4. Unghiul

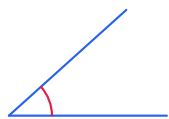
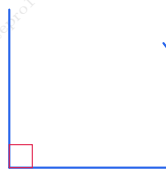
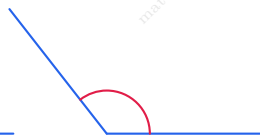
Un **unghi** este figura formată de două semidrepte care pornesc din același punct. Punctul se numește **vârf**, semidreptele se numesc **laturi**.



Unghiul se notează $\widehat{AOB}$ — **vârful se scrie mereu la mijloc**.

Măsura lui se notează $m(\widehat{AOB}) = 56^\circ$ și se măsoară cu **raportorul**, în grade.

5. Clasificarea unghiurilor

ascuțit $< 90^\circ$ drept $= 90^\circ$ obtuz $> 90^\circ$

unghi nul $= 0^\circ$ — laturile se suprapun

unghi alungit $= 180^\circ$ — laturile sunt semidrepte opuse

Unghiuri **congruente** = unghiuri cu aceeași măsură: $\widehat{A} \equiv \widehat{B}$

6. Unghiuri deosebite

Complementare și suplementare

Complementare — au suma 90° . Complementul unui unghi de x° este $90^\circ - x^\circ$.

Suplementare — au suma 180° . Suplementul unui unghi de x° este $180^\circ - x^\circ$.

Complementul unghiului de 35° este $90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$.

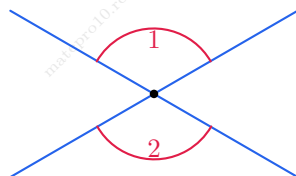
Suplementul unghiului de 35° este $180^\circ - 35^\circ = 145^\circ$.

Un unghi obtuz nu are complement, pentru că este deja mai mare decât 90° .

Adiacente și opuse la vârf

Adiacente — au același vârf, o latură comună, iar celelalte două laturi sunt de o parte și de alta a laturii comune.

Opuse la vârf — laturile unuia sunt prelungirile laturilor celuilalt.



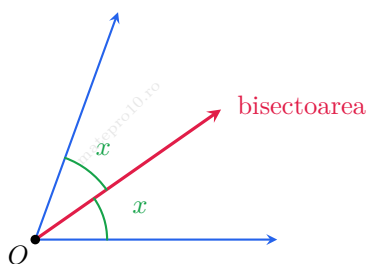
Unghiurile opuse la vârf sunt **congruente**: $\hat{1} \equiv \hat{2}$

Unghiurile în jurul unui punct au suma 360° .

Unghiurile de o parte a unei drepte, cu vârful pe dreaptă, au suma 180° .

7. Bisectoarea unui unghi

Bisectoarea este semidreapta care pornește din vârf și împarte unghiul în două unghiuri congruente.



Dacă $[OM]$ este bisectoarea unghiului $\widehat{AOB}$, atunci

$$m(\widehat{AOM}) = m(\widehat{MOB}) = \frac{m(\widehat{AOB})}{2}$$

Pentru un unghi de 70° , bisectoarea formează cu fiecare latură un unghi de 35° .

8. Figuri congruente

Două figuri sunt **congruente** dacă, suprapuse, coincid perfect — au aceeași formă **și** aceeași mărime.

Figurile congruente au perimetre egale și arii egale.

Congruent nu înseamnă la fel de mare la suprafață. Două figuri pot avea aceeași arie fără să fie congruente — de exemplu un pătrat cu latura 2 și un dreptunghi de 1×4 au amândouă aria 4, dar nu se suprapun.

9. Cum se lucrează la probleme cu unghiuri

Pașii

1. Faci **desenul** — fără desen, majoritatea problemelor par imposibile, iar cu desen devin evidente.
2. Notezi pe desen tot ce știi din enunț.
3. Cauți relațiile: unghiuri opuse la vârf (egale), suplementare (180°), în jurul unui punct (360°), bisectoare (jumătate).
4. Calculezi și **verifici** că suma iese cât trebuie.

Problemă. Un unghi are 40° . Cât are unghiul format de bisectoarea lui cu bisectoarea suplementului său?

Suplementul are $180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$.

Bisectoarea primului face $40^\circ : 2 = 20^\circ$ cu latura comună.

Bisectoarea celui de-al doilea face $140^\circ : 2 = 70^\circ$ cu aceeași latură.

Unghiul căutat: $20^\circ + 70^\circ = 90^\circ$.

Rezultatul nu e o întâmplare. Pentru orice unghi de x° :

$$\frac{x}{2} + \frac{180 - x}{2} = \frac{180}{2} = 90^\circ$$

Bisectoarele a două unghiuri suplementare adiacente sunt **întotdeauna** perpendiculare.

10. Recapitulare

De reținut

- Prin două puncte trece o singură dreaptă.
- $[AB]$ este segmentul, AB este lungimea lui.
- Mijlocul împarte segmentul în două părți egale.
- Vârful unghiului se scrie **la mijloc**: $\widehat{AOB}$.
- Complementare $\rightarrow 90^\circ$, suplementare $\rightarrow 180^\circ$.
- Opuse la vârf $\rightarrow$ congruente.
- În jurul unui punct $\rightarrow 360^\circ$.
- Bisectoarea $\rightarrow$ jumătate din unghi.