

# c.m.m.d.c. și c.m.m.m.c.

Descompunerea în factori primi · Clasa a VI-a

Un **număr prim** este un număr natural mai mare decât 1 care se împarte exact **doar la 1 și la el însuși**.

**Primele numere prime:** 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, ...

Un număr mai mare decât 1 care **nu** este prim se numește **compus**. Numărul 1 nu este nici prim, nici compus.

## 1. Descompunerea în factori primi

Orice număr natural mai mare decât 1 se poate scrie ca **produs de numere prime**, într-un singur fel. Împărțim pe rând la cel mai mic număr prim posibil.

|     |   |
|-----|---|
| 180 | 2 |
| 90  | 2 |
| 45  | 3 |
| 15  | 3 |
| 5   | 5 |
| 1   |   |

$$180 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

**Cum verifici rapid la ce se împarte:** folosește criteriile de divizibilitate. Se termină în cifră pară  $\Rightarrow$  se împarte la 2. Suma cifrelor se împarte la 3  $\Rightarrow$  numărul se împarte la 3. Se termină în 0 sau 5  $\Rightarrow$  se împarte la 5.

## 2. c.m.m.d.c. — cel mai mare divizor comun

**c.m.m.d.c.** al numerelor  $a$  și  $b$  este **cel mai mare** număr la care se împart exact **și  $a$ , și  $b$** . Se notează  $(a, b)$ .

**Regula:** descompui în factori primi, iei **factorii comuni**, fiecare **la puterea cea mai mică**.

**Exemplu:** află  $(180, 84)$ .

$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$$

Factori comuni: **2** și **3**. Luăm puterile cele mai mici:  $2^2$  și  $3^1$ .

$$(180, 84) = 2^2 \cdot 3 = 12$$

### 3. c.m.m.m.c. — cel mai mic multiplu comun

**c.m.m.m.c.** al numerelor  $a$  și  $b$  este **cel mai mic** număr care se împarte exact **și** la  $a$ , **și** la  $b$ . Se notează  $[a, b]$ .

**Regula:** descompui în factori primi, iei **toți factorii**, comuni și necomuni, fiecare **la puterea cea mai mare**.

**Exemplu:** află  $[180, 84]$ .

$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$$

Toți factorii: 2, 3, 5, 7. Luăm puterile cele mai mari:  $2^2, 3^2, 5, 7$ .

$$[180, 84] = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 1260$$

### 4. Cele două reguli, una lângă alta

**c.m.m.d.c.**  $(a, b)$

**comuni**, la puterea **cea mai mică**

Este **mai mic** sau egal cu ambele numere.

Îl folosești când **împarți** ceva în părți egale, cât mai mari.

**c.m.m.m.c.**  $[a, b]$

**toți**, la puterea **cea mai mare**

Este **mai mare** sau egal cu ambele numere.

Îl folosești când cauți un moment în care **două lucruri se repetă** simultan.

### 5. Numere prime între ele

Două numere se numesc **prime între ele** dacă  $(a, b) = 1$ , adică nu au niciun divizor comun în afară de 1.

✓ 8 și 15 sunt prime între ele:  $8 = 2^3$ ,  $15 = 3 \cdot 5$  — niciun factor comun.

✗ 8 și 12 nu sunt: amândouă se împart la 4.

**Atenție!** Numerele nu trebuie să fie ele însele prime. 8 și 15 sunt amândouă compuse, dar sunt prime **între ele**.

### 6. Proprietatea produsului

$$(a, b) \cdot [a, b] = a \cdot b$$

Produsul dintre c.m.m.d.c. și c.m.m.m.c. este egal cu produsul numerelor.

**Verificare** pe exemplul de mai sus:

$$(180, 84) \cdot [180, 84] = 12 \cdot 1260 = 15\,120$$

$$180 \cdot 84 = 15\,120$$

✓ se verifică

**La ce folosește:** dacă știi c.m.m.d.c., afli c.m.m.m.c. fără să mai descompui:

$$[a, b] = \frac{a \cdot b}{(a, b)}$$

## 7. Proprietăți ale divizibilității în $\mathbb{N}$

- $a : a$  — orice număr se divide cu el însuși
- dacă  $a : b$  și  $b : c$ , atunci  $a : c$
- dacă  $a : b$  și  $a : c$ , atunci  $a : (b \pm c)$
- dacă  $a : bc$  și  $(b, c) = 1$ , atunci  $a : b$  și  $a : c$

## 8. Două probleme tipice

**Problema 1.** Avem 24 de creioane și 36 de caiete. Vrem să facem cât mai multe pachete identice, folosind tot. Câte pachete ies?

Căutăm **cel mai mare** număr la care se împart amândouă  $\Rightarrow$  **c.m.m.d.c.**

$$24 = 2^3 \cdot 3, \quad 36 = 2^2 \cdot 3^2, \quad (24, 36) = 2^2 \cdot 3 = 12$$

**Răspuns:** 12 pachete, fiecare cu 2 creioane și 3 caiete.

**Problema 2.** Un autobuz trece din 12 în 12 minute, altul din 18 în 18 minute. Acum au plecat împreună. Peste cât timp pleacă din nou împreună?

Căutăm **cel mai mic** moment comun  $\Rightarrow$  **c.m.m.m.c.**

$$12 = 2^2 \cdot 3, \quad 18 = 2 \cdot 3^2, \quad [12, 18] = 2^2 \cdot 3^2 = 36$$

**Răspuns:** peste 36 de minute.

## De reținut

**c.m.m.d.c.** — factorii **comuni**, la puterea **cea mai mică**. Iese un număr **mic**.

**c.m.m.m.c.** — **toți** factorii, la puterea **cea mai mare**. Iese un număr **mare**.

Dacă în problemă **împarți** ceva  $\Rightarrow$  c.m.m.d.c. Dacă ceva **se repetă** și cauți **întâlnirea**  $\Rightarrow$  c.m.m.m.c.