

Mărimi direct și invers proporționale

Șir de rapoarte egale · regula de trei simplă · Clasa a VI-a

Două mărimi sunt **proporționale** când, schimbând-o pe una, se schimbă și cealaltă după o regulă fixă. Sunt două feluri, și e important să nu le confunzi.

1. Mărimi direct proporționale

Două mărimi sunt **direct proporționale** dacă, atunci când una **crește** de un număr de ori, și cealaltă **crește** de tot atâtea ori.

Semnul lor: **raportul rămâne constant**. $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = k$

Exemplu. Dacă 3 caiete costă 12 lei, atunci 5 caiete costă 20 lei.

$$\frac{12}{3} = 4 \quad \text{și} \quad \frac{20}{5} = 4$$

Raportul e același: fiecare caiet costă 4 lei. Acest număr constant, notat k , se numește **coeficient de proporționalitate**.

Alte perechi direct proporționale: cantitatea și prețul, distanța și timpul (la viteză constantă), numărul de porții și cantitatea de ingrediente.

2. Mărimi invers proporționale

Două mărimi sunt **invers proporționale** dacă, atunci când una **crește** de un număr de ori, cealaltă **scade** de tot atâtea ori.

Semnul lor: **produsul rămâne constant**. $a_1 \cdot b_1 = a_2 \cdot b_2 = k$

Exemplu. 4 muncitori termină o lucrare în 6 zile. În câte zile o termină 3 muncitori?

$$4 \cdot 6 = 24 \quad \Rightarrow \quad 3 \cdot x = 24 \quad \Rightarrow \quad x = 8 \text{ zile}$$

Mai puțini muncitori → mai multe zile. Produsul „muncitori × zile” rămâne 24, pentru că atâta muncă este de făcut.

Alte perechi invers proporționale: viteza și timpul (pe aceeași distanță), numărul de persoane și porția fiecăruia, numărul de robinete și timpul de umplere.

Cum le deosebești: întreabă-te ce se întâmplă când una crește. Dacă și cealaltă **crește** → direct. Dacă **scade** → invers.

3. Regula de trei simplă

Se folosește când știi trei valori și o cauți pe a patra. Scrii datele pe două rânduri, apoi înmulțești **în cruce** la direct proporționale, sau **pe orizontală** la invers proporționale.

Direct proporțional. 4 kg de mere costă 20 lei. Cât costă 7 kg?

$$\begin{array}{lcl} 4 \text{ kg} & \longrightarrow & 20 \text{ lei} \\ 7 \text{ kg} & \longrightarrow & x \text{ lei} \end{array} \quad x = \frac{7 \cdot 20}{4} = 35 \text{ lei}$$

Invers proporțional. 4 muncitori termină în 6 zile. Cât le ia la 3 muncitori?

$$\begin{array}{lcl} 4 \text{ muncitori} & \longrightarrow & 6 \text{ zile} \\ 3 \text{ muncitori} & \longrightarrow & x \text{ zile} \end{array} \quad x = \frac{4 \cdot 6}{3} = 8 \text{ zile}$$

Diferența e doar în ce înmulțești. La direct, înmulțești pe diagonală ($7 \cdot 20$). La invers, înmulțești pe rândul complet ($4 \cdot 6$).

4. Șir de rapoarte egale

Un **șir de rapoarte egale** arată așa: $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5} = k$

De aici scoți fiecare necunoscută: $a = 2k$, $b = 3k$, $c = 5k$.

Exemplu. Află a , b , c dacă $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5}$ și $a + b + c = 60$.

Înlocuim: $2k + 3k + 5k = 60 \Rightarrow 10k = 60 \Rightarrow k = 6$

$$a = 2 \cdot 6 = 12 \quad b = 3 \cdot 6 = 18 \quad c = 5 \cdot 6 = 30$$

Verificare: $12 + 18 + 30 = 60$ ✓

5. Împărțirea unui număr în părți proporționale

Direct proporțional. Împarte 60 în părți direct proporționale cu 2, 3 și 5.

E exact problema de mai sus: părțile sunt **12, 18 și 30**.

Invers proporțional. Împarte 60 în părți invers proporționale cu 2 și 3.

Trucul: a împărți invers proporțional cu 2 și 3 înseamnă a împărți **direct** proporțional cu $\frac{1}{2}$ și $\frac{1}{3}$.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}, \text{ deci } k = 60 : \frac{5}{6} = 60 \cdot \frac{6}{5} = 72$$

$$\text{prima parte} = 72 \cdot \frac{1}{2} = 36 \quad \text{a doua parte} = 72 \cdot \frac{1}{3} = 24$$

Verificare: $36 + 24 = 60$, iar $36 \cdot 2 = 24 \cdot 3 = 72$ ✓

De reținut

Direct proporționale — cresc împreună, **raportul** e constant. **Invers proporționale** — una crește, alta scade, **produsul** e constant.

La împărțirea **invers** proporțională cu niște numere, împarți de fapt **direct** proporțional cu inversele lor.