

Mulțimea numerelor raționale

Forme de scriere · axa · comparare · Clasa a VI-a

Un **număr rațional** este orice număr care se poate scrie sub formă de **fracție** $\frac{a}{b}$, unde a și b sunt numere întregi, iar $b \neq 0$. Mulțimea lor se notează cu $\mathbb{Q}$.

De ce $b \neq 0$? Pentru că împărțirea la zero nu are sens. Nu poți împărți o pizza la zero persoane.

1. Trei forme de scriere ale aceluiași număr

1. **Fracție ordinară:** $\frac{3}{4}$, $-\frac{7}{2}$, $\frac{5}{1}$
2. **Fracție zecimală finită:** 0,75, -3,5, 5
3. **Fracție zecimală periodică:** $\frac{1}{3} = 0,(3)$, $\frac{5}{6} = 0,8(3)$

Cele trei sunt **doar haine diferite** pentru același număr. $\frac{3}{4}$ și 0,75 sunt **același** număr rațional, scris în două feluri.

Ca să treci de la fracție la zecimală, **împarți**: $3 : 4 = 0,75$.

2. Recapitulare utilă: din zecimală periodică în fracție

Formulele de mai jos sunt de **clasa a V-a**, dar le folosești tot timpul în clasa a VI-a. Merită știute pe de rost — cu ele treci oricând dintr-o formă în alta.

Periodic simplu — perioada începe imediat după virgulă

La numărător: perioada. **La numitor:** atâția de 9 câte cifre are perioada.

$$0,(a) = \frac{a}{9} \quad 0,(ab) = \frac{\overline{ab}}{99} \quad 0,(abc) = \frac{\overline{abc}}{999}$$

$$0,(3) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \quad 0,(27) = \frac{27}{99} = \frac{3}{11} \quad 0,(123) = \frac{123}{999} = \frac{41}{333}$$

Periodic mixt — există cifre neperiodice după virgulă**La numărător:** tot numărul fără virgulă, minus partea dinaintea perioadei.**La numitor:** atâtia de 9 câte cifre are perioada, apoi atâtia de 0 câte cifre neperiodice sunt.

$$0,a(b) = \frac{\overline{ab} - a}{90} \quad 0,ab(c) = \frac{\overline{abc} - \overline{ab}}{900} \quad 0,a(bc) = \frac{\overline{abc} - a}{990}$$

$$0,8(3) = \frac{83 - 8}{90} = \frac{75}{90} = \frac{5}{6} \quad 0,1(6) = \frac{16 - 1}{90} = \frac{15}{90} = \frac{1}{6}$$

Dacă numărul are parte întreagă, o lași deoparte și o adaugi la final:

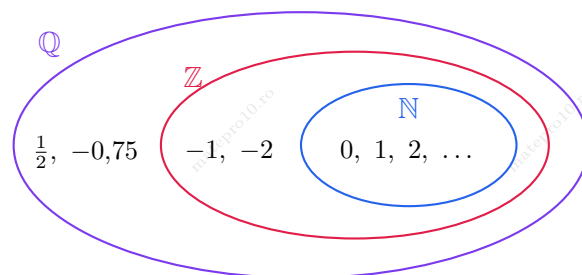
$$n,(a) = n + \frac{a}{9} \quad 2,(6) = 2 + \frac{6}{9} = 2 + \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$$

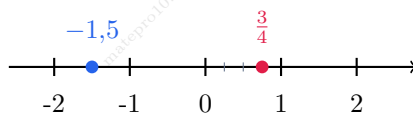
Cum ții minte numitorul: numărul de 9 îți spune **cât e perioada**, numărul de 0 îți spune **câte cifre stau înaintea ei**.0,21(36) — perioada are 2 cifre, înaintea ei sunt 2 cifre $\Rightarrow$ numitor 9900.

$$0,21(36) = \frac{2136 - 21}{9900} = \frac{2115}{9900} = \frac{47}{220}$$

Verifică singur: împarte $5 : 6$ la calculator și obții $0,8333\dots$, adică exact $0,8(3)$. Orice fracție transformată corect trebuie să dea înapoi aceeași zecimală.**Curiozitate:** după formulă, $0,(9) = \frac{9}{9} = 1$. Nu e o greșeală — $0,(9)$ și 1 chiar sunt același număr.**3. Cum se leagă mulțimile de numere**Orice număr întreg este și rațional, pentru că poate fi scris ca fracție cu numitorul 1: $-5 = \frac{-5}{1}$

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$$

**4. Reprezentarea pe axă**Numerele raționale se așază pe axă între numerele întregi. Ca să pui $\frac{3}{4}$ pe axă, împarți segmentul de la 0 la 1 în **4 părți egale** și numeri **3**.



5. Opusul și modulul

Opusul unui număr rațional se obține schimbând semnul. Opusul lui $\frac{2}{5}$ este $-\frac{2}{5}$, iar opusul lui $-1,25$ este $1,25$.

Modulul este distanța până la zero, deci nu e niciodată negativ:

$$\left|\frac{2}{5}\right| = \frac{2}{5} \quad \left|-\frac{2}{5}\right| = \frac{2}{5} \quad |-1,25| = 1,25$$

Regulile sunt **exact aceleași** ca la numerele întregi. Se schimbă doar felul numerelor, nu logica.

6. Compararea numerelor raționale

Numere zecimale → compari cifră cu cifră, de la stânga:

$2,45 < 2,5$ pentru că $4 < 5$ la prima zecimală

Fracții cu același numitor → e mai mare cea cu numărătorul mai mare:

$$\frac{3}{7} < \frac{5}{7}$$

Fracții cu numitori diferiți → le aduci la **același numitor**, sau le transformi în zecimale.

Exemplu. Compară $\frac{2}{3}$ și $\frac{3}{5}$.

Numitor comun: 15.
 $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$ $\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$

$\frac{10}{15} > \frac{9}{15}$, deci $\frac{2}{3} > \frac{3}{5}$.

La numerele negative, regula se inversează, exact ca la întregi. Cu cât modulul e mai mare, cu atât numărul e mai mic:

$$-\frac{7}{2} < -\frac{1}{2} \quad -3,8 < -3,1$$

Exemplu. Ordonează crescător: $-1,5$, $\frac{1}{2}$, 0 , $-\frac{3}{4}$, 2 .

Le transformăm toate în zecimale: $-1,5$; $0,5$; 0 ; $-0,75$; 2

$$-1,5 < -0,75 < 0 < 0,5 < 2$$

Deci: $-1,5 < -\frac{3}{4} < 0 < \frac{1}{2} < 2$

De reținut

Un număr rațional e orice număr care se poate scrie ca fracție cu numitor nenul. Frație, zecimală finită sau periodică — **același număr**, forme diferite.

Pentru comparare, cel mai sigur e să aduci totul la **aceeași formă**: ori toate fracții cu același numitor, ori toate zecimale.