

# Operații cu numere reale

Adunare · Înmulțire · Puteri · Raționalizare

## 1. Adunarea și scăderea

Se adună doar **termenii asemenea** — adică cei care au **exact același radical**. Radicalul se comportă ca o literă.

$$a\sqrt{c} + b\sqrt{c} = (a + b)\sqrt{c}$$

La fel cum  $3x + 5x = 8x$ , avem și  $3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$ .

$$3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$$

$$7\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

$$\sqrt{5} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

**Nu se pot aduna**

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} \neq \sqrt{5}$$

Radicalii fiind diferiți, suma rămâne așa cum este.

**Pasul care se uită cel mai des**

Dacă radicalii par diferiți, **scoate întâi factorii de sub radical** — de multe ori devin asemenea.

$$\sqrt{8} + \sqrt{18} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

$$\sqrt{50} - \sqrt{32} = 5\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

## 2. Înmulțirea și împărțirea

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

$$a\sqrt{b} \cdot c\sqrt{d} = ac\sqrt{bd}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$(\sqrt{a})^2 = a$$

| Înmulțire                                  | Împărțire                                    | Ridicare la pătrat               |
|--------------------------------------------|----------------------------------------------|----------------------------------|
| $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{36} = 6$ | $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} = \sqrt{25} = 5$ | $(\sqrt{7})^2 = 7$               |
| $2\sqrt{3} \cdot 5\sqrt{2} = 10\sqrt{6}$   | $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{8}} = \sqrt{9} = 3$  | $(3\sqrt{2})^2 = 9 \cdot 2 = 18$ |

## 3. Puteri cu exponent număr întreg

$$a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

| Regula                              | Exemplu                                             |
|-------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| Înmulțire — <b>adun</b> exponenții  | $a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad 2^3 \cdot 2^4 = 2^7$ |
| Împărțire — <b>scad</b> exponenții  | $a^m : a^n = a^{m-n} \quad 5^6 : 5^2 = 5^4$         |
| Putere la putere — <b>înmulțesc</b> | $(a^m)^n = a^{m \cdot n} \quad (3^2)^5 = 3^{10}$    |
| Produs la putere                    | $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$                     |
| Fracție la putere                   | $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$      |

**Exponent negativ la o fracție — se răstoarnă fracția**

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} \quad \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

## 4. Raționalizarea numitorului

A raționaliza înseamnă a scăpa de radicalul **de la numitor**. Amplificăm fracția cu chiar acel radical.

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$$

Funcționează pentru că  $\sqrt{b} \cdot \sqrt{b} = b$ , deci numitorul devine număr rațional.

| Fracția               | Amplificăm                                                              | Rezultatul             |
|-----------------------|-------------------------------------------------------------------------|------------------------|
| $\frac{1}{\sqrt{2}}$  | $\frac{1 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$   |
| $\frac{6}{\sqrt{3}}$  | $\frac{6\sqrt{3}}{3}$                                                   | $2\sqrt{3}$            |
| $\frac{10}{\sqrt{5}}$ | $\frac{10\sqrt{5}}{5}$                                                  | $2\sqrt{5}$            |
| $\frac{3}{2\sqrt{5}}$ | $\frac{3\sqrt{5}}{2 \cdot 5} = \frac{3\sqrt{5}}{10}$                    | $\frac{3\sqrt{5}}{10}$ |

Numitori de forma  $a + \sqrt{b}$  se raționalizează la clasa a VIII-a, cu formula  $(x - y)(x + y) = x^2 - y^2$ .

## 5. Exercițiu rezolvat

Calculați  $E = \sqrt{18} - \sqrt{8} + \frac{2}{\sqrt{2}}$

**Pasul 1** — scoatem factorii de sub radical:  $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$        $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

**Pasul 2** — raționalizăm ultima fracție:  $\frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

**Pasul 3** — acum toți termenii au același radical, deci îi adunăm:  $E = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

Calculați  $F = (2\sqrt{3})^2 - \sqrt{48} + \frac{3}{\sqrt{3}}$

$$(2\sqrt{3})^2 = 4 \cdot 3 = 12 \quad \sqrt{48} = 4\sqrt{3} \quad \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

$$F = 12 - 4\sqrt{3} + \sqrt{3} = 12 - 3\sqrt{3}$$

Calculați  $G = 2^{-2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} - 5^0$

$$2^{-2} = \frac{1}{4} \quad \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{1} = 3 \quad 5^0 = 1$$

$$G = \frac{1}{4} + 3 - 1 = \frac{1}{4} + 2 = \frac{9}{4}$$

## Recapitulare

| Operația                        | Formula                                          |
|---------------------------------|--------------------------------------------------|
| Adun termeni cu același radical | $a\sqrt{c} + b\sqrt{c} = (a + b)\sqrt{c}$        |
| Înmulțesc radicali              | $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$            |
| Împart radicali                 | $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ |
| Ridic un radical la pătrat      | $(\sqrt{a})^2 = a$                               |
| Exponent zero                   | $a^0 = 1, a \neq 0$                              |
| Exponent negativ                | $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$                         |
| Raționalizez numitorul          | $\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$       |