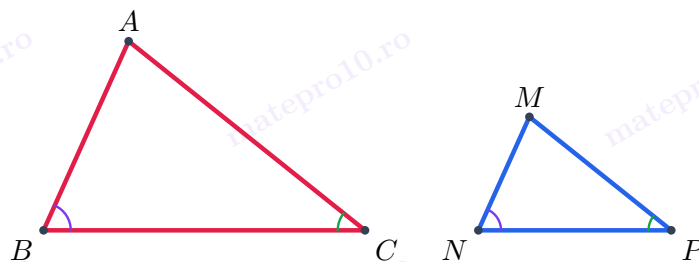


Triunghiuri asemenea

Teorema fundamentală a asemănării · Criterii

1. Ce înseamnă triunghiuri asemenea?

Două triunghiuri se numesc **asemenea** dacă au **toate laturile respectiv proporționale** și **toate unghiurile respectiv congruente**. Notăția asemănării este semnul $\sim$ (se citește „asemenea”).



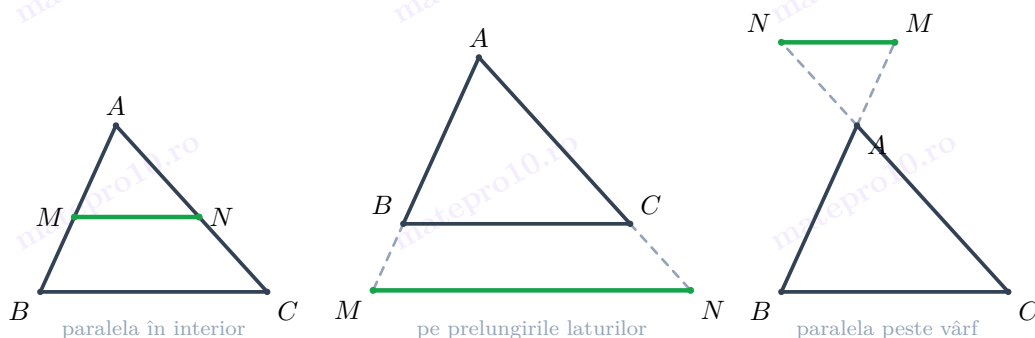
$$\triangle ABC \sim \triangle MNP \iff \frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP} = \frac{BC}{NP} = k$$

$$\text{și } \hat{A} \equiv \hat{M}, \quad \hat{B} \equiv \hat{N}, \quad \hat{C} \equiv \hat{P}.$$

Numărul k se numește **raport de asemănare**.

2. Teorema fundamentală a asemănării

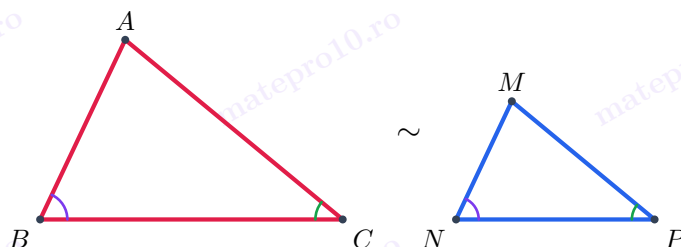
O **paralelă** la una dintre laturile unui triunghi formează cu celelalte două laturi (sau cu **prelungirile lor**) un **triunghi asemenea** cu cel dat.



3. Criterii de asemănare

Cazul I (U.U.)

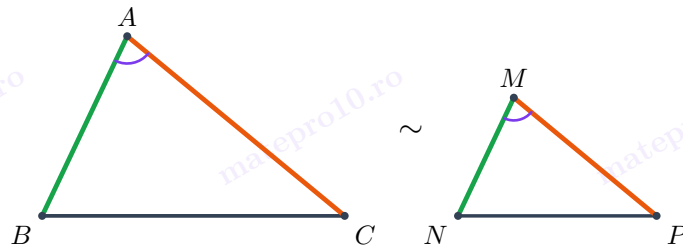
Două triunghiuri sunt asemenea dacă au **două unghiuri respectiv congruente**.



$$\widehat{B} \equiv \widehat{N} \text{ și } \widehat{C} \equiv \widehat{P} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle MNP$$

Cazul II (L.U.L.)

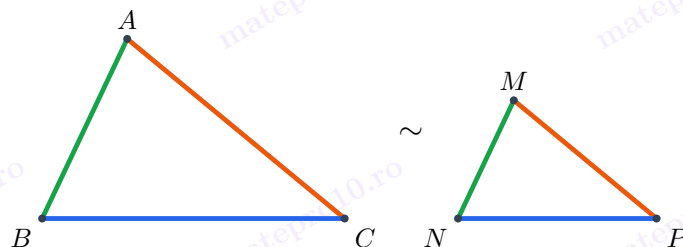
Două triunghiuri sunt asemenea dacă au **două laturi respectiv proporționale** și **unghiurile dintre ele congruente**.



$$\frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP} \text{ și } \widehat{A} \equiv \widehat{M} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle MNP$$

Cazul III (L.L.L.)

Două triunghiuri sunt asemenea dacă au **toate laturile proporționale**.



$$\frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP} = \frac{BC}{NP} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle MNP$$

4. Raportul de asemănare

Dacă $\triangle ABC \sim \triangle MNP$, numărul k care arată de câte ori sunt mai mari laturile primului triunghi față de ale celui de-al doilea se numește **raport de asemănare**:

$$k = \frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP} = \frac{BC}{NP}$$

Practic: **toate lungimile** triunghiului mic se înmulțesc cu k ca să obținem triunghiul mare.

Ce se întâmplă cu perimetrele și ariile?

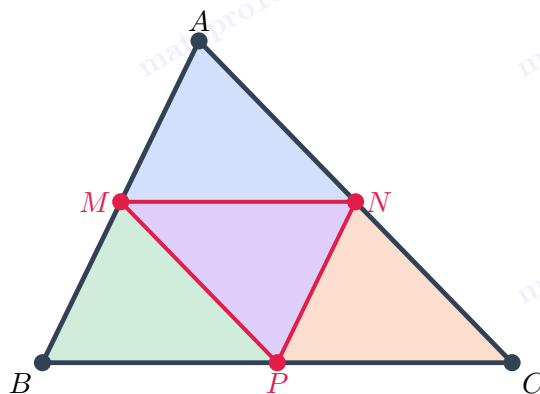
- Raportul **perimetrelor** este tot k :

$$\frac{P_{\triangle ABC}}{P_{\triangle MNP}} = k$$

- Raportul **înălțimilor, medianelor sau bisec-toarelor** corespondente este tot k .

Raportul ariilor este raportul de asemănare la pătrat:

$$\frac{A_{\triangle ABC}}{A_{\triangle MNP}} = k^2$$



$\triangle ABC \sim \triangle MNP$, cu $k = 2$.

Laturile sunt de **2** ori mai mari, dar aria este de **4** ori mai mare, pentru că $2^2 = 4$ — se văd cele **4** triunghiuri mici, egale.

Exemplu rezolvat

$\triangle ABC \sim \triangle MNP$, cu $AB = 12$ cm și $MN = 8$ cm. Aria triunghiului MNP este 20 cm².

1. Aflăm raportul de asemănare:

$$k = \frac{AB}{MN} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

2. Ridicăm la pătrat pentru arii:

$$\frac{A_{\triangle ABC}}{20} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$A_{\triangle ABC} = 20 \cdot \frac{9}{4} = 45 \text{ cm}^2$$

Greșeala cea mai frecventă: înmulțirea ariei cu k în loc de k^2 . Aici $20 \cdot \frac{3}{2} = 30$ ar fi **greșit**. Ariile se schimbă mereu cu **pătratul** raportului!