

Puncte, drepte, plane. Poziții relative

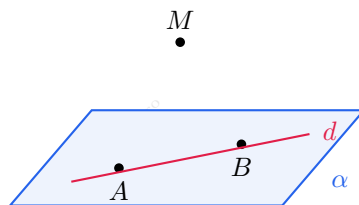
Piramida · prisma · trunchiul · Clasa a VIII-a

În spațiu apare o noutate față de plan: două drepte pot să **nu se intersecteze** și totuși să **nu fie paralele**. E situația care nu are corespondent în geometria plană.

1. Convenții de desen și de notație

Punctele — litere mari: A, B, M . **Dreptele** — litere mici: a, d , sau prin două puncte: AB . **Planele** — litere grecești: α, β, γ , sau prin trei puncte: (ABC) .

Un plan se desenează ca un **paralelogram**, deși în realitate e nemărginit.



Scriem $A \in \alpha$, $B \in \alpha$, $d \subset \alpha$, iar $M \notin \alpha$.

Atenție la simboluri: un **punct aparține** unei drepte sau unui plan ($\in$), dar o **dreaptă este inclusă** într-un plan ($\subset$). Sunt relații diferite.

2. Determinarea drepte și a planului

O dreaptă este determinată de două puncte distincte.

Un plan este determinat de:

trei puncte necoliniare · o dreaptă și un punct exterior ei
două drepte concurente · două drepte paralele distincte

Toate cele patru cazuri se reduc la primul. Două drepte concurente, de exemplu, dau trei puncte necoliniare: punctul comun și câte unul de pe fiecare dreaptă.

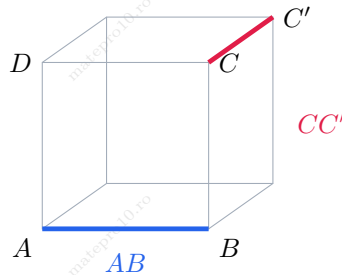
De ce „necoliniare”: prin trei puncte aflate pe aceeași dreaptă trec **o infinitate** de plane. Gândește-te la o ușă care se rotește în balamale — balamalele sunt dreapta, iar ușa ia infinit de multe poziții.

3. Poziții relative a două drepte în spațiu

Trei situații:

1. **Concurente** — au un punct comun. Sunt **coplanare**.
2. **Paralele** — nu au niciun punct comun, dar sunt **coplanare**.
3. **Necoplanare** — nu au puncte comune și **nu există niciun plan** care să le conțină pe amândouă.

Al treilea caz e specific spațiului. Cel mai ușor se vede pe un cub:



Dreptele AB și CC' **nu se intersectează și nu sunt paralele** — sunt **necoplanare**.

Cum verifici: dacă găsești un plan care le conține pe amândouă, sunt coplanare. Dacă nu există niciunul, sunt necoplanare.

4. Poziții relative dreaptă–plan

1. **Dreapta inclusă în plan:** $d \subset \alpha$ — toate punctele dreptei sunt în plan.
2. **Dreapta paralelă cu planul:** $d \parallel \alpha$ — nu au niciun punct comun.
3. **Dreapta intersectează planul:** $d \cap \alpha = \{P\}$ — au exact un punct comun.

Criteriu de paralelism dreaptă–plan

Dacă o dreaptă d este paralelă cu o dreaptă din plan, atunci $d \parallel \alpha$.

5. Poziții relative a două plane

1. **Plane paralele:** $\alpha \parallel \beta$ — nu au niciun punct comun.
2. **Plane secante:** se intersectează după o dreaptă, nu după un punct.

Reține: două plane distincte care se intersectează au în comun o dreaptă întreagă. Nu se pot intersecta doar într-un punct.

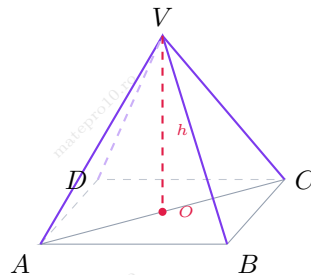
Criteriu de paralelism plan–plan

Dacă două drepte concurente dintr-un plan sunt paralele cu două drepte concurente din alt plan, atunci **planele sunt paralele**.

6. Piramida

Piramida are o **bază** poligonală și un **vârf** care nu se află în planul bazei. Fețele laterale sunt **triunghiuri**.

Se numește **regulată** dacă baza e poligon regulat, iar vârful se proiectează în centrul bazei. **Tetraedrul** este piramida cu baza triunghi.



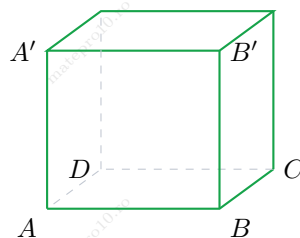
Elementele: vârful V , baza $ABCD$, muchiile laterale VA, VB, VC, VD , înălțimea VO , și **apotema piramidei** — înălțimea unei fețe laterale.

Desfășurarea unei piramide patrulateră regulată: pătratul bazei și **patru triunghiuri isoscele** identice, lipite de laturile lui.

7. Prisma

Prisma are **două baze** poligonale, paralele și congruente, iar fețele laterale sunt **paralelograme**.

E **dreaptă** dacă muchiile laterale sunt perpendiculare pe baze — atunci fețele laterale sunt **dreptunghiuri**. E **regulată** dacă e dreaptă și baza e poligon regulat.



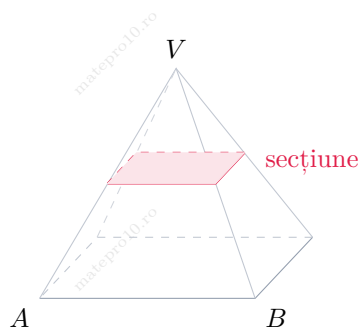
Cazuri particulare: **paralelipipedul dreptunghic** este prisma dreaptă cu baza dreptunghi. **Cubul** este paralelipipedul cu toate muchiile egale.

8. Secțiuni paralele cu baza. Trunchiul

Dacă tai o piramidă cu un **plan paralel cu baza**, obții:

- deasupra — o piramidă **asemenea** cu cea inițială
- dedesubt — un **trunchi de piramidă**

Secțiunea este un poligon **asemenea** cu baza.



Trunchiul de piramidă are două baze paralele și **neegale**, iar fețele laterale sunt **trapeze**. Se obține tăind vârful piramidei.

De reținut

Un plan e determinat de **trei puncte necoliniare** — sau de una dintre cele trei situații care se reduc la ele.

În spațiu, două drepte pot fi **necoplanare**: fără puncte comune și fără să fie paralele. E situația nouă față de geometria plană.

Două plane secante se intersectează după o **dreaptă**, niciodată după un singur punct.